



دفترچه سؤالات

پایه‌های سوم دبیرستان و پیش‌دانشگاهی

چهارمین

المپیاد هندسه ایران

4th Iranian Geometry Olympiad

مرحله اول
۱۵ اسفندماه
۱۳۹۵

شرکت کننده گرامی

لطفاً قبل از شروع به پاسخگویی، به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون ۲۰ سؤال ۵ گزینه‌ای دارد.
- مدت زمان پاسخگویی به سؤال‌ها ۱۵۰ دقیقه است.
- دفترچه سؤالات و پاسخ‌برگ را بررسی کنید و در صورت وجود هرگونه نقص یا مغایرتی، آن را به مسئول برگزاری اطلاع دهید.
- برای پر کردن پاسخ‌برگ ازمداد نرم مشکی پررنگ استفاده کنید.
- برای هر پاسخ صحیح چهار امتیاز مثبت و برای هر پاسخ غلط یک امتیاز منفی منظور خواهد شد.
- همراه داشتن و استفاده از هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی (تلفن همراه، ماشین حساب، تابلت و...) ممنوع است.
- هیچ‌یک از شکل‌های دقیق رسم نشده‌اند و برای حل سؤال، قابل استناد نیستند.
- شرکت کنندگان تا یک ساعت پس از شروع آزمون، مجاز به خروج از محل برگزاری آزمون نیستند.
- کلید آزمون روز شنبه ۱۴ اسفندماه ۱۳۹۵ بر روی سایت المپیاد هندسه به نشانی www.igo-official.ir قرار خواهد گرفت.



دبیرخانه المپیاد
هندسه ایران

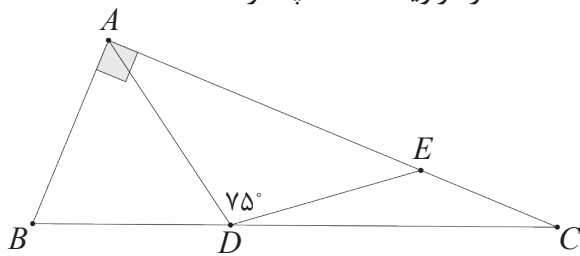
مؤسسه
فرهنگی
فاطمی

برای انجام محاسبات از این قسمت استفاده کنید.



پایه‌های سوم دبیرستان و پیش‌دانشگاهی

۱. در شکل روبه‌رو $\angle BAC = 90^\circ$ ، $\angle ADE = 75^\circ$ و $DE = EC$ و $AB = BD$. اندازه زاویه ACB چقدر است؟



۳۲٫۵° (۲)

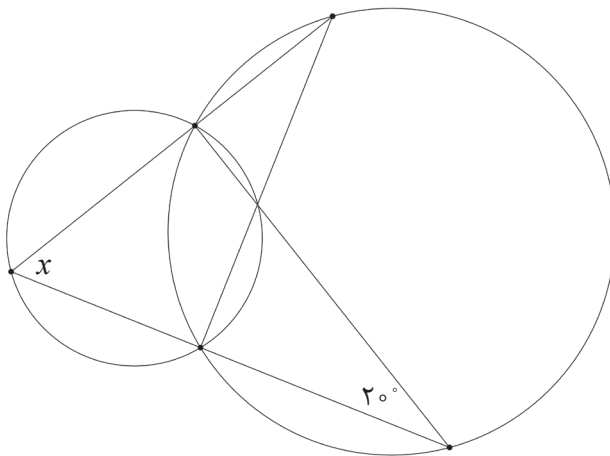
۳۰° (۱)

۳۷٫۵° (۴)

۳۵° (۳)

۴۰° (۵)

۲. در شکل روبه‌رو، اندازه x چقدر است؟



۲۰° (۱)

۴۰° (۲)

۶۰° (۳)

۷۰° (۴)

(۵) نمی‌توان تعیین کرد.

۳. در شکل روبه‌رو $AB = AD$ و طول پاره‌خط‌های AB ، BD ، AC به ترتیب ۴، ۵ و ۱۳ واحد بیش‌تر از طول پاره‌خط DC است.

طول پاره‌خط DC چقدر است؟

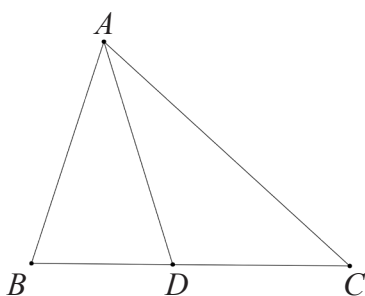
۸ (۲)

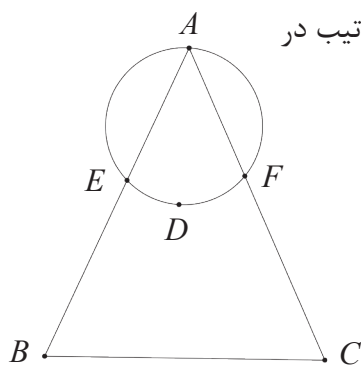
$4\sqrt{3}$ (۱)

$9 + \sqrt{3}$ (۴)

$9\sqrt{3}$ (۳)

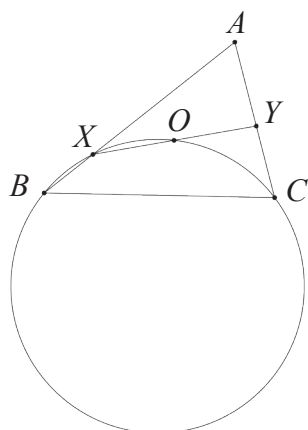
۱۲ (۵)





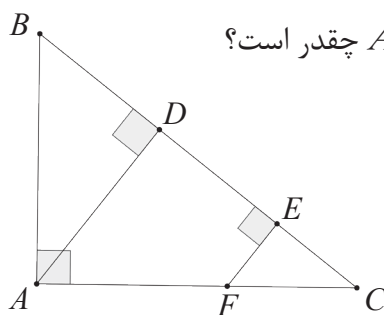
۴. در شکل روبه‌رو $AB=AC=5$ و $BC=6$. دایره‌ای به قطر AD ، ضلع‌های AB و AC را به ترتیب در نقطه‌های E و F قطع کرده است. اگر $DE=1$ و $DF=2$ ، مساحت مثلث DBC چقدر است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$
 (۲) ۳
 (۳) ۵
 (۴) ۶
 (۵) $\frac{7}{2}$



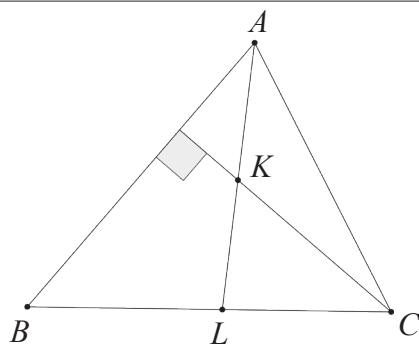
۵. در شکل روبه‌رو $\angle A = 55^\circ$ ، مرکز دایره محیطی مثلث ABC و نقطه برخورد ضلع AB با دایره محیطی مثلث BOC است. اندازه زاویه AYX چقدر است؟

- (۱) 35°
 (۲) 55°
 (۳) 60°
 (۴) 70°
 (۵) 90°



۶. در شکل روبه‌رو $\angle BAC = \angle ADE = \angle FEC = 90^\circ$ ، اگر $AD=DE$ ، اندازه زاویه ABF چقدر است؟

- (۱) 30°
 (۲) 35°
 (۳) 45°
 (۴) 60°
 (۵) 75°



۷. در مثلث ABC ، نیمساز زاویه A است و ارتفاع وارد از رأس C ، نیمساز AL را در نقطه K قطع کرده است. می‌دانیم $AL = BL = 1$. مقدار $AK + BC$ چقدر است؟

- (۱) ۱
 (۲) $\sqrt{3}$
 (۳) $1/5$
 (۴) ۲
 (۵) نمی‌توان تعیین کرد.

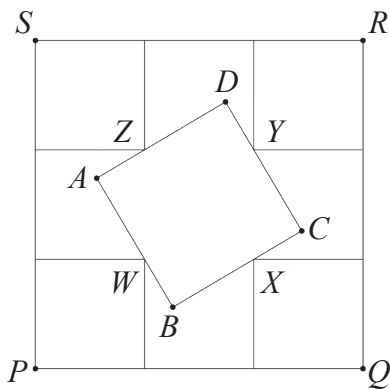
۸. C_1 ، C_2 و C_3 سه دایره در صفحه‌اند. طول مماس مشترک خارجی C_1 و C_2 برابر با ۵ و طول مماس مشترک خارجی C_2 و C_3 برابر با ۴ است. طول مماس مشترک خارجی C_1 و C_3 ممکن است چه عددهایی باشد؟

- (۱) $(1, +\infty)$
 (۲) $[0, +\infty)$
 (۳) $[1, 9]$
 (۴) $[0, 5]$
 (۵) $[4, 9]$

۹. در مثلث ABC زاویه C قائمه است. نقطه P درون مثلث و روی نیمساز زاویه B است و $\angle APB = 11^\circ$. AP و BC یکدیگر را در نقطه E قطع کرده‌اند و $CE = \frac{AB - BE}{2}$. اندازه زاویه BAC چقدر است؟

- (۱) 80°
 (۲) 75°
 (۳) 60°
 (۴) 70°
 (۵) 53°

۱۰. در شکل زیر، $PQRS$ مربعی به طول ضلع ۶ است و چهار مربع کوچک به طول ضلع ۲ در گوشه‌های آن قرار دارند. رأس‌هایی از این مربع‌های کوچک Z, Y, X, W و Y, X, W به ترتیب روی ضلع‌های AB, BC, CD, DA قرار دارند. بیش‌ترین فاصله P و D چقدر است؟



(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) $6\sqrt{2}$

(۵) $8\sqrt{2}$

۱۱. چهار نقطه متمایز در صفحه‌اند. مساحت مثلث‌های ABC, ABD, ACD به ترتیب ۳، ۴ و ۹ است. مساحت مثلث BCD کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

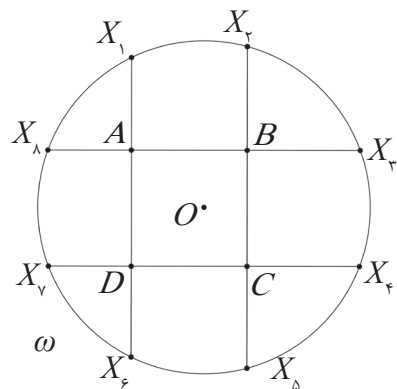
(۵) ۱۶

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۸

(۱) ۲



۱۲. در شکل روبه‌رو، $ABCD$ مربع است و مرکز دایره (O) درون آن است. اگر شعاع دایره ω برابر با ۵ باشد و $X_1X_6=6, X_2X_8=5\sqrt{3}, X_3X_5=8, X_4X_7$ چقدر است؟

(۲) $5\sqrt{3}$

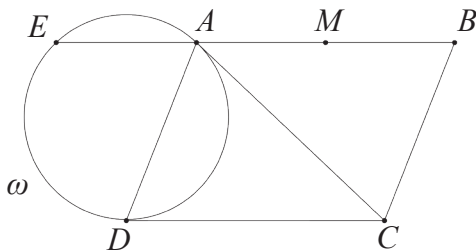
(۱) ۹

(۴) ۵

(۳) $\sqrt{19}$

(۵) $2\sqrt{6}$

۱۳. در شکل زیر، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. نقطه M وسط ضلع AB است و دایره ω بر قطر AC و ضلع DC ، به ترتیب در نقطه‌های A و D مماس است. امتداد ضلع AB ، دایره ω را در نقطه E قطع کرده است. اگر $CD=200$ و $AE=21$ ، طول MC چقدر است؟



(۲) ۱۷۹

(۱) ۲۰۰

(۴) ۱۲۰

(۳) ۱۲۱

(۵) ۱۱۰

۱۴. $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است و P نقطه‌ای درون مثلث ABD است. اگر مساحت مثلث‌های PAB و PBC به ترتیب ۲ و ۵ باشد، مساحت مثلث PBD چقدر است؟

(۵) ۷

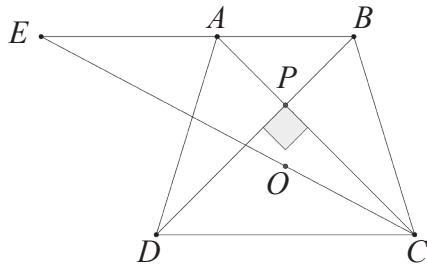
(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) $3/5$

(۱) ۳

۱۵. در شکل زیر، $ABCD$ ذوزنقه‌ای متساوی‌الساقین است ($AB \parallel CD$) و قطرهای آن در نقطه P برهم عمودند. O مرکز دایره محیطی مثلث BCD است. CO را از سمت O ادامه داده‌ایم تا امتداد AB از سمت A را در نقطه E قطع کند. اگر $PB=2$ و $PC=4$ ، طول CE چقدر است؟



- (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{5}$
 (۳) $3\sqrt{10}$ (۴) ۸
 (۵) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۱۶. محیط مستطیلی 120° سانتی‌متر است. با چسباندن دو ضلع مقابل این مستطیل، یک لوله استوانه‌ای ساخته‌ایم. بیش‌ترین حجم استوانه ایجاد شده چند سانتی‌متر مکعب است؟

- (۱) 120π (۲) $\frac{3200}{\pi}$ (۳) $\frac{4000}{\pi}$ (۴) $\frac{7200}{\pi}$ (۵) $\frac{8000}{\pi}$

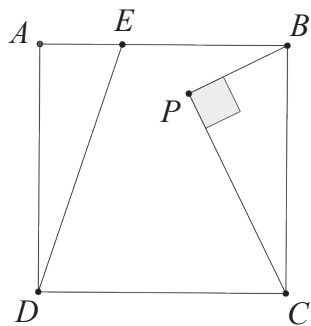
۱۷. نقطه‌های N و K به ترتیب روی ضلع‌های BC و AC از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار دارند، به طوری که

$$\frac{BN}{CN} = \frac{CK}{AK} = 2 \quad \text{و} \quad CN = 9$$

خطی که در نقطه K بر NK عمود است، ضلع AB را در نقطه M قطع کرده است. طول AM چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) $9\sqrt{3}$ (۳) ۱۲ (۴) $12\sqrt{3}$ (۵) ۱۸

۱۸. در شکل روبه‌رو $ABCD$ مربع است. E نقطه‌ای روی ضلع AB و P نقطه‌ای درون مربع است، به طوری که A و P نسبت به DE قرینه‌اند. اگر $\angle BPC = 90^\circ$ ، مقدار $\frac{AB}{AE}$ چقدر است؟



- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۴
 (۳) ۳ (۴) $2\sqrt{5}$
 (۵) $\frac{9}{2}$

۱۹. در چهارضلعی محدب $ABCD$ ، $\angle CBD = \angle DBA$ ، $\angle CAD = 66^\circ$ ، $\angle BAC = 48^\circ$. اندازه زاویه BDC چقدر است؟

- (۱) 12° (۲) 15° (۳) 18° (۴) 24° (۵) 30°

۲۰. روی یک صفحه کاغذ، ایمان یک ۷ ضلعی ساده و هیراد یک ۱۰ ضلعی ساده رسم کرده است (چندضلعی ساده، چندضلعی‌ای است که خودش را قطع نکند). می‌دانیم هیچ سه رأسی از این دو چندضلعی روی یک خط راست نیستند. چند تا از عددهای ۴، ۱۷، ۵۰، ۶۰، ۷۰ ممکن است برابر با تعداد ناحیه‌ها باشد؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱ (۵) ۳



برای انجام محاسبات از این قسمت استفاده کنید.



www.igo-official.ir

دبیرخانه المپیاد هندسه ایران : تهران، میدان فاطمی،
خیابان جویبار، خیابان میرهادی شرقی، پلاک ۴۱ کد پستی: ۱۴۷۴۸۸۵۱۴۱
تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ (۲۰ خط) نمابر: ۸۸۹۴۴۰۶۲